

# FIABILITÉ DE SYSTÈMES RÉPARABLES EN PRÉSENCE DE COVARIABLES

Frédéric Logé<sup>1</sup>, Moulay-Driss El Alaoui Faris<sup>2</sup>, Salima El Kolei<sup>3</sup>, Valentin Patilea<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Air Liquide R&D*, frederic.logemunerel@gmail.com

<sup>2</sup>*Air Liquide R&D*, moulay-driss.elalaouifariss@airliquide.com

<sup>3</sup>*CREST, Ensai*, salima.el-kolei@ensai.fr

<sup>4</sup>*CREST, Ensai*, valentin.patilea@ensai.fr

**Résumé.** Dans ce travail, nous modélisons la fiabilité de systèmes réparables, en prenant en compte les attributs des systèmes comme le modèle ou le type de technologie. Pour ce faire, nous nous appuyons essentiellement sur la littérature des modèles d'âge virtuels et des tests de tendance. Cette modélisation permet d'établir des plans de maintenance réalistes.

**Mots-clés.** Qualité, fiabilité ; Statistique des processus, Processus

**Abstract.** In this work, we model the reliability of repairable systems, taking into account system attributes such as model or type of technology. To do this, we rely mainly on the literature of virtual age models and trend tests. This modeling allows us to establish realistic maintenance plans.

**Keywords.** Quality, reliability ; Stochastic Processes

## 1 Contexte

Leader mondial de la production et de la distribution de gaz industriels, Air Liquide (AL) dispose d'une flotte importante d'équipements hétérogènes. Le groupe a lancé un programme international pour surveiller et mesurer la santé de ses équipements [Defaye et al., 2018]. L'analyse prédictive nous permet de détecter les potentielles pannes et d'éviter les conséquences associées : coûts directs de réparation et d'intervention et coûts indirects par rapport à nos clients. La méthodologie présentée ici s'inscrit dans cette direction de recherche.

Nous proposons une méthodologie pour la modélisation statistique d'une flotte d'équipements réparables, en prenant en compte leurs caractéristiques, comme le fabricant ou le type de technologie et l'usure de façon générale. La difficulté est double : (a) on s'éloigne de l'hypothèse i.i.d. classique car les équipements étudiés sont réparables (b) le nombre de pannes observés est assez faible (<1000 événements).

## 2 Méthodologie

Nous supposons que nous avons accès aux historiques des événements passés d'une cohorte de machines, ainsi qu'à certains attributs liés à chaque machine.

Nous proposons l'approche suivante :

1. Tester l'hypothèse de durées de vie i.i.d. Les prochaines étapes se focalisent sur le cas où l'hypothèse nulle est rejetée.
2. Ajuster les modèles d'âge virtuel sur les données, en supposant que la fonction de risque suive une loi de Weibull, qui est a priori pertinente pour des équipements dont la loi de fiabilité après fabrication est monotone. Les attributs interviennent dans le paramètre d'échelle. Effectuer une recherche par grid search pour trouver les paramètres des modèles d'âges virtuels.
3. Choisir le modèle d'âge virtuel le plus pertinent, et tester sa validité.

Ces trois étapes sont décrites avec un peu plus de détails dans les trois sous-sections suivantes. Nous fournissons un exemple illustratif de la méthodologie dans la sous-section 2.4.

### 2.1 Test de tendances

Dans [Pulcini, 2003] et [Lindqvist, 2006], les auteurs présentent et fournissent des références à de nombreux tests statistiques de tendance, dont les tests de Laplace, Lewis-Robinson et Mann, ainsi que le Z-test et Vaurio. Les tests de Laplace et le Z-test testent la validité d'un processus de Poisson Homogène, ce qui revient à tester l'hypothèse d'absence de mémoire. Pour vérifier l'hypothèse plus générale d'un processus de renouvellement (équivalent au scénario i.i.d. ou « As Good As New »), nous avons les tests Lewis-Robinson et Mann. Le test Vaurio permet de tester les tendances non monotones, là où les tests précédents pourraient échouer. Les pistes pour d'autres tests sont donnés dans [Lindqvist, 2006], partie 5.

### 2.2 Modèles d'âge virtuel

Considérons l'une des machines d'intérêt. Notons  $Z \in \mathbb{R}^p$  l'ensemble des attributs et  $(X_1, \dots, X_n)$  l'ensemble ordonné des temps de fonctionnement de la machine. Considérons que les temps d'arrêt sont inexistantes. Soit  $T = \sum_{i=1}^n X_i$  la durée totale des temps de fonctionnement.

L'âge virtuel de la machine après l'événement  $j \in \{1, \dots, n\}$  est défini comme  $A_j = g(A_{j-1}, X_j)$ , avec  $A_0 = 0$  et  $g$  une fonction connue sélectionnée dans la table 1.

L'âge virtuel de la machine au temps  $t \in [0; T]$  est

$$V_t = \begin{cases} t & \text{si } t < X_1 \\ A_{j_t} + (t - \sum_{i=1}^{j_t} X_i) & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $j_t = \min\{j \in \{1, \dots, n\} : \sum_{i=1}^j X_i > t\}$ . Le risque instantané au temps  $t$  est  $\lambda(V_t|Z, \alpha, \beta)$  avec

$$\lambda(t|Z, \alpha, \beta) = (e^{Z'\beta})^{-\alpha} \alpha t^{\alpha-1} \quad (1)$$

risque instantané de Weibull avec un paramètre de forme log-linéaire par rapport aux attributs.

| Modèle          | Hypothèse sur $g$                                                            |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------|
| ABAO            | $A_{j-1} + X_j$                                                              |
| AGAN            | 0                                                                            |
| ARA $_{\infty}$ | $(1 - \rho)(A_{j-1} + X_j) \quad \rho \in (0; 1)$                            |
| ARA $_1$        | $A_{j-1} + (1 - \rho)X_j \quad \rho \in (0; 1)$                              |
| Brown-Proschan  | $(1 - B_j)(A_{j-1} + X_j) \quad B_j \sim \mathcal{B}(\rho), \rho \in (0; 1)$ |

TABLE 1 – Quelques modèles d'âge virtuel : ABAO (« As Bad As Old »), AGAN (« As Good As New »), ARA (« Arithmetic Reduction of Age ») et Brown-Proschan.

La fonction  $g$  contrôle complètement l'impact d'un événement sur l'âge du système, allant de la restauration complète avec AGAN à l'absence d'effet avec ABAO. Pour un  $g$  donné, les paramètres  $(\alpha, \beta)$  peuvent être estimés via l'estimation du maximum de vraisemblance.

Plus d'information sur les modèles d'âges virtuels peuvent être trouvés dans la thèse de Yann Dijoux [Dijoux, 2008].

## 2.3 Validation du modèle et tests

Afin de tester la validité du modèle trouvé, nous proposons le test suivant.

Soit  $X_{ij}$  le  $j^{\text{ème}}$  temps de fonctionnement de la machine  $i$  et  $F_{ij}(x) = \mathbb{P}(X_{ij} < x)$ . Alors,

$$F_{ij}(X_{ij}) \sim \mathcal{U}[0; 1].$$

Nous pouvons calculer les quantités  $\hat{F}_{ij}(x_{ij})$ , où  $x_{ij}$  est la réalisation de  $X_{ij}$  et  $\hat{F}_{ij}$  l'estimée de  $F_{ij}$  à partir du modèle ajusté, puis tester l'hypothèse que l'échantillon soit tiré de la distribution  $\mathcal{U}[0; 1]$ .

## 2.4 Exemple illustratif

Nous avons généré 30 durées de vie pour une flotte de 20 machines et choisi un modèle ARA $_1$  avec  $\rho = 0.5$  pour le vieillissement et une distribution de Weibull avec les paramètres  $(\alpha, \beta) = (2, e^5)$ . La figure 1 montre le boxplot des p-valeurs associées aux tests de tendance effectués sur les données, les points rouges indiquant les p-valeurs des tests globaux. L'hypothèse i.d.d. n'est clairement pas raisonnable, ce qui est cohérent avec le modèle choisi.

Ensuite nous procédons à l'inférence pour les modèles  $ARA_1$  et  $ARA_\infty$  pour  $\rho$  dans  $\{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0\}$ . Comme le suggère la figure 2 : (a) le  $ARA_1$  est un concurrent plus réaliste que  $ARA_\infty$  (b) le modèle le plus vraisemblable parmi ceux testés est le  $ARA_1$  avec  $\rho = 0.4$ . Nous pouvons améliorer l'estimation en procédant par dichotomie.

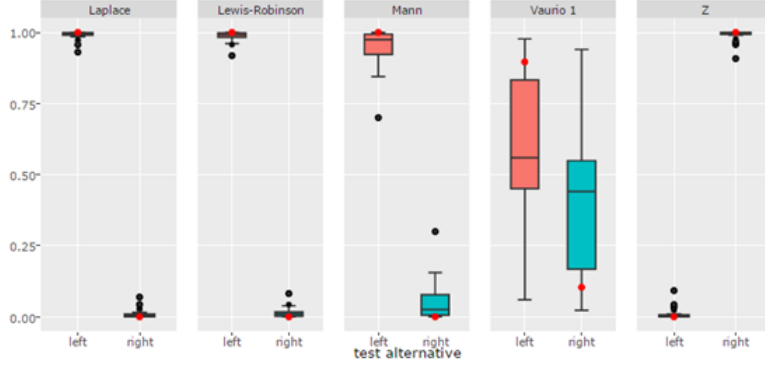


FIGURE 1 – Distribution des valeurs p des tests de tendance individuels et des valeurs p des tests globaux. En bref, une faible valeur p indique que l'hypothèse de la valeur i.i.d. semble peu probable d'après les données observées.

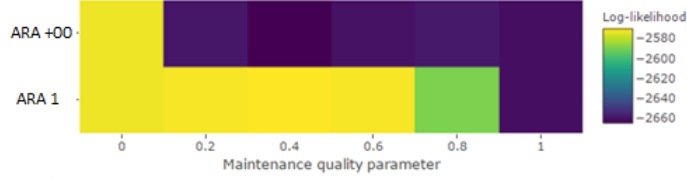


FIGURE 2 – Grid search du modèle d'âge virtuel optimal par modèle générique et un ensemble discret de valeurs de leur paramètre  $\rho$  indiquant la qualité de la maintenance. Ici, le modèle  $ARA_1$  avec  $\rho = 0.4$  maximise la log-vraisemblance.

### 3 Discussion

**Contribution** Nous avons couplé des modèles d'âge virtuel avec une loi de Weibull, en paramétrant l'échelle de risque en fonction des attributs des machines. Concernant la conception de plans de maintenance, nous pouvons calculer les fonctions de fiabilité des machines et ainsi prioriser les maintenances.

**Amélioration** Dans ce contexte, les processus de Hawkes sont également candidats à la modélisation de la fiabilité. En outre, plutôt que d'imposer un taux de risque de Weibull, nous aimerions l'étendre à des taux de risque plus génériques : taux en baignoire, modèle de Cox, mélanges de lois.

**Mise en garde** Dans la pratique, il n’est pas rare que les premières durées de vie de certains équipements ne soient pas observées, ce qui est un problème à moins qu’une distribution stationnaire n’existe. De plus, les durées de vie que nous observons peuvent être censurées, si elles se terminent sans défaillance, par exemple si la machine est volontairement arrêtée pour réparation. Si l’arrêt est indépendant de l’état de fiabilité de l’équipement, il est relativement facile à considérer dans l’inférence. Sinon, il faut gérer cette censure de façon appropriée.

## Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du stage de Frédéric Logé, sous la direction de Moulay-Driss El Aloui Faris et avec le soutien de Salima El Kolei et Valentin Patilea. Les auteurs tiennent à remercier leurs collaborateurs à Air Liquide, qui ont facilité le bon déroulement de ce projet : Jean André, Pierre-Marie Valton et Jeff Arbogast.

## Références

- [Defaye et al., 2018] Defaye, C., Attaway, A., Verpillat, F., Huber, J., and Paul, G., editors (2018). *Worldwide Deployment of Predictive Asset Management at Air Liquide*. Turbomachinery Laboratory, Texas A&M Engineering Experiment Station.
- [Dijoux, 2008] Dijoux, Y. (2008). *Modèles d’âge virtuel et de risques concurrents pour la maintenance imparfaite*. PhD thesis, Ecole doctorale Mathématiques, Sciences et Technologies de l’Information, Informatique (MSTII), Grenoble - France.
- [Lindqvist, 2006] Lindqvist, B. H. (2006). On the statistical modeling and analysis of repairable systems. *Statistical Science*.
- [Pulcini, 2003] Pulcini, G. (2003). Mechanical reliability and maintenance models. In Pham, H., editor, *Handbook of Reliability Engineering*, pages 317–348. Springer, Philadelphia PA.